LISTA DE POSIBLES PREGUNTAS DE TEORÍA DE ÁLGEBRA LINEAL

Tema 1: Matrices y Sistemas de Ecuaciones Lineales

- **Demostrar** que si un sistema de ecs. lineales con coeficientes en $\mathbb{R}$ tiene más de una solución, entonces tiene infinitas soluciones.
- Saber que si (A´ | b´) se ha obtenido aplicando a (A | b) un nº finito de operaciones elementales por filas, los sistemas Ax=b y A´x=b´ son equivalentes.
- Enunciar el teorema de Rouche-Frobenius.
- Al resolver un sistema (compatible) ¿Cuántos parámetros o variables libres aparecen en las soluciones? ¿cuántos pivotes o variables ligadas hay?.
- Al eliminar parámetros en unas ecuaciones paramétricas ¿Cuántas ecuaciones implícitas aparecen?.

Tema 2: Espacios Vectoriales

- Axiomas de espacio vectorial. Primeras propiedades que se deducen de los axiomas de e.v. (SIN demostración)
- Definición de subespacio vectorial.
- Saber la caracterización de subespacio vectorial. (CON demostración)
- Definición de combinación lineal. Definición de dependencia e independencia lineal.
- Definir $L(\{\bar{a}_1, ..., \bar{a}_n\})$ y **demostrar** que es un s.v. (lo llamaremos s.v. generado por $\{\bar{a}_1, ..., \bar{a}_n\}$).
- Dado un e.v. V ¿Qué es un sistema de generadores (s.g.) de V?.
- Propiedades de los s.v. generados por un conjunto A de vectores (es decir, propiedades de L(A)) (SIN demostración).
- **Demostrar** que si $\bar{a}_m$ d.l. (ó es c.l.) de $\{\bar{a}_1, ..., \bar{a}_{m-1}\} \Rightarrow L(\{\bar{a}_1,..., \bar{a}_{m-1}\})=L(\{\bar{a}_1,..., \bar{a}_{m-1}, \bar{a}_m\})$.
- Definición de base de un e.v. Enunciar y **demostrar** el teorema de la base.
- **Demostrar** que en un e.v. V con un sistema de generadores de n vectores más de n vectores son l.d.
- **Demostrar** que en un e.v. V todas sus bases tienen el mismo número de vectores.
- Definición de dimensión de un espacio vectorial.
- Definición de suma e intersección de dos s.v. **Demostrar** que la suma e intersección de s.v. es un s.v. ¿Cómo se puede obtener una base del subespacio suma?.
- Definición de suma directa de dos s.v.
- **Demostrar** que la suma de dos subespacios $S\oplus T$ es directa $\Leftrightarrow S\cap T=\{\bar{0}\}$.
- Definición de subespacios suplementarios.
- Saber y saber **Demostrar** el teorema de la dimensión de la suma de dos s.v.
- Definición de coordenadas y **Demostrar** que las coordenadas de un vector respecto de una base son únicas.

Tema 3: Aplicaciones Lineales

- Definición de aplicación lineal u homomorfismo, monomorfismo, epimorfismo, isomorfismo, endomorfismo y automorfismo.
- **Demostrar** que dada una aplicación lineal $f:V\rightarrow W$ se verifica que $f(\bar{0}_V) = \bar{0}_W$.
- Definición de imagen de un conjunto y **Demostrar** que dada una aplicación lineal $f:V\rightarrow W$, la imagen de un s.v. S de V es s.v. de W (si S es s.v. de V entonces f(S) es s.v. de W).
- Definición de contraimagen de un conjunto y **Demostrar** que dada una aplicación lineal $f:V\rightarrow W$, la contraimagen de un s.v. S' de W es s.v. de V (si S' es s.v. de W entonces $f^{-1}(S')$ es s.v. de V).
- Definición de núcleo e imagen de una aplicación lineal.
- Sea $f:V\rightarrow W$ una aplicación lineal. **Demostrar** que f es inyectiva $\Leftrightarrow Ker(f) = \{\bar{0}\}$. Saber que f es suprayectiva $\Leftrightarrow$ Im(f) = W.
- Saber que dada $f:V\rightarrow W$ una aplicación lineal, se verifica que dim*Ker(f)*+dim*Im(f)*=*dimV*. (SIN demostración)
- Definición de matriz y ecuaciones de una aplicación lineal respecto de bases B y B'.

LISTA DE OBJETIVOS PRÁCTICOS MÍNIMOS DE ESTOS TEMAS

Tema 1: Matrices y Sistemas de Ecuaciones Lineales

- Saber realizar Operaciones Elementales y Matrices elementales (por filas).
- Saber obtener la relación entre matrices elementales y operaciones elementales.
- Saber obtener una forma reducida o escalonada y el rango de una matriz.
- Saber obtener la forma la Echelon-Fila o canónica (por filas) de una matriz
- Discutir y en su caso resolver sistemas (con o sin parámetros) por el método de las operaciones elementales.
- Discutir y en su caso resolver ecuaciones matriciales.
- Saber cuándo una matriz es invertible, y en su caso, calcular la inversa mediante operaciones elementales.
- Saber que una matriz tiene inversa si y sólo si es producto de matrices elementales.
- Saber eliminar parámetros.

Tema 2: Espacios Vectoriales

- Saber que un conjunto A de k vectores es l.d. si y sólo si existe un vector en A que es c.l. (ó d.l.) de los demás.
- Saber que un conjunto A de k vectores es l.i. si y sólo si no existe ningún vector en A que sea c.l. de los demás.
- Saber demostrar si un conjunto de vectores es un subespacio vectorial o no.
- Saber deducir si un conjunto de vectores es linealmente dependiente o independiente.
- Obtener, de un conjunto arbitrario de vectores, un subconjunto máximo de vectores l.i..
- Saber obtener la dimensión de un espacio o subespacio vectorial y una base del mismo a partir de un s.g., de unas ecuaciones paramétricas o de unas ecuaciones implícitas. Saber obtener la base más sencilla.
- Saber obtener ecuaciones paramétricas e implícitas, si las hay, de un s.v.
- Obtener sumas e intersecciones de subespacios, dando bases, dimensión y ecs. paramétricas e implícitas, si las hay.
- Saber cuándo una suma es directa.
- Saber que en un e.v. V de dimensión n un conjunto de n vectores l.i. es base.
- Saber que en un e.v. V de dimensión n un conjunto de n vectores que es s.g de V es base.
- Saber aplicar el teorema de extensión de la base para extender un conjunto de vectores l.i. a una base. Saber obtener subespacios suplementarios.
- Saber obtener las coordenadas de un vector respecto de una base dada. Saber obtener la matriz y las ecuaciones de un cambio de base.
- Saber qué es la longitud de un código binario y saber obtener la distancia de un código binario.
- Saber cuántos errores detecta y cuántos errores corrige un código en función de la distancia del código.
- Saber si un código binario es lineal o no. Saber obtener la distancia de un código lineal.
- Saber obtener base, dimensión, cardinal y ecuaciones paramétricas e implícitas de un código lineal.
- Saber obtener todas las palabras de un código lineal y saber si una palabra dada pertenece o no al código.
- Saber obtener una matriz de control de paridad de un código lineal.
- Saber obtener una matriz generadora de un código lineal.
- Saber cómo tiene que ser una matriz de paridad de un código lineal para que el código sea capaz de corregir un error.
- En un código lineal capaz de corregir un error saber detectar y corregir un solo error a partir de una matriz de paridad del código lineal.

Tema 3: Aplicaciones Lineales

- Saber demostrar si una aplicación es o no es lineal.
- Saber obtener el núcleo y la imagen de una aplicación lineal, sabiendo dar dimensión, base, ecuaciones paramétricas e implícitas (si las hay).
- Saber si una aplicación lineal f es monomorfismo, epimorfismo o isomorfismo a través del núcleo y la imagen de f o del rango de la matriz de f respecto de cualesquiera bases.
- Saber obtener contraimágenes de vectores o de subespacios vectoriales.
- Saber obtener imágenes de vectores o de subespacios vectoriales.
- Saber obtener matriz y ecuaciones de una aplicación lineal f respecto de bases B y B’ (M(f,B,B’)), y saber si f es monomorfismo, epimorfismo o isomorfismo a través del rango de la matriz M(f,B,B’).
- Saber construir aplicaciones lineales a partir de las imágenes de los vectores de una base.
- Saber obtener matriz de la composición de aplicaciones lineales y de la aplicación inversa de un isomorfismo.
- Saber obtener matriz y ecuaciones de un cambio de base, y saber aplicarlo para construir aplicaciones lineales a partir de las imágenes de los vectores de una base.